

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/329179204>

Transferencia de información en redes basada en modelado

Conference Paper · July 2016

CITATIONS

0

READS

30

8 authors, including:



Pedro García

Central University of Venezuela

33 PUBLICATIONS 301 CITATIONS

SEE PROFILE



Yasmany Fernández

Universidad Politécnica Estatal del Carchi

12 PUBLICATIONS 3 CITATIONS

SEE PROFILE



Rosa Mujica

Central University of Venezuela

8 PUBLICATIONS 11 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Causality and information flow in complex systems [View project](#)



Factors that influence the teaching / learning of mathematics in engineering [View project](#)

Transferencia de información en redes basada en modelado

Dr. Pedro García, MSc. Leuber Rosa, MSc. José Chiza, MSc. Pablo Méndez,
MSc. Claudio Otero, MSc. Yasmany Fernández, MSc. Alfredo Silva

Profesores Investigadores de la Universidad Técnica del Norte. FICA

Dra. Rosa Mujica

Universidad Central de Venezuela

pgarcia@utn.edu.ec

RESUMEN

En este trabajo se presenta una estrategia para aproximar las densidades de probabilidad condicional, necesarias para la determinación del flujo de información entre elementos de redes complejas. El esquema está basado en la estimación de la relación causa-efecto entre dichos elementos, usando modelos de las series temporales asociadas a la evolución de los componentes del sistema. La estrategia no requiere la discretización del espacio de estados, necesario en caso del cálculo directo de las probabilidades usadas en la estimación de la transferencia de información, por lo que presenta un costo computacional menor. Su desempeño es mostrado usando datos producidos por simulaciones numéricas y por sistemas caóticos reales. Los resultados presentados, parecen ser de utilidad en el diseño de estrategias de control, en el caso de sistemas conformados por varias partes.

Palabras Clave: TRANSFERENCIA DE INFORMACIÓN, SISTEMAS COMPLEJOS, MODELOS NO LINEALES

ABSTRACT

Information Transfer through Networks based on Modelling

This paper presents a strategy to estimate the conditional probability densities necessary for determining the cause-effect relationship between components of complex systems. The scheme estimates the information transfer between these components using predictions of the evolution of the subsystems. The method, do not require discretization of the state space necessary in the direct calculation of probabilities in continuous signals. The performance of the strategy is shown using data produced by numerical simulations and experimental data from chaotic systems. The results appear to be useful in the design of control strategies, in the case of systems formed by several parts.

Keywords: INFORMATION TRANSFER, COMPLEX SYSTEMS, NONLINEAR MODELS.

Introducción

Definiremos un sistema dinámico complejo como un grafo, donde los nodos son los subsistemas que lo componen y los vértices sus interacciones, con características estructurales ausentes en redes totalmente regulares o totalmente aleatorias en sus acoples. Estos sistemas sirven de modelos para un sinnúmero de fenómenos, cuyas dinámicas resulta de interés caracterizar y eventualmente controlar, tales como: epidemias, incendios forestales, propagación de rumores, mercadeo, redes de transmisión de energía eléctrica o redes de transporte de alimentos, entre otros.

Por esa razón, el establecimiento de una relación de causa-efecto entre las partes de un sistema dinámico de este tipo, es un problema de gran interés práctico en áreas que van desde la economía a la medicina. En el caso particular de la Ingeniería, el problema de control de sistemas multicomponentes, ofrece un ejemplo resaltante, donde la determinación de relaciones de causalidad entre los subsistemas, permite determinar los sitios donde resulta más efectiva la aplicación del control (Liu, et. al. 2011).

Entre los esquemas dedicados a determinar la relación causal o la direccionalidad del acople entre pares de sistemas, ver por ejemplo: (Bezruchko, 2003), (Zhu et. al. 2004) y (Schultz et. al. 2013), resaltan dos extremos; uno está dado por una aproximación determinista a la solución del problema llamada Causalidad de Granger (Granger, 1969) y el otro es representado por los esquemas basados en teoría de información, representados por la transmisión de información de Schreiber (Schreiber, 2000).

En el método de Granger, dadas dos sucesiones de valores de las variables de estado de cada uno de los subsistemas $\{x\}_{i=1}^N$ e $\{y\}_{i=1}^N$, medidas simultáneamente y a intervalos de tiempo regulares, organizadas de la siguiente manera $\mathbf{x}_k = (x_k, x_{k+1} \dots x_{k+m-1})$, $\mathbf{y}_k = (y_k, y_{k+1} \dots y_{k+m-1})$. Modeladas de forma que:

$$\begin{aligned} x &= W_{11}\mathbf{x} + W_{12}\mathbf{y}, & x &= V_1\mathbf{x}, \\ y &= W_{21}\mathbf{x} + W_{22}\mathbf{y}, & y &= V_2\mathbf{y}. \end{aligned}$$

Donde, $\{W\}$ y $\{V\}$ son vectores reales, tetra y bidimensionales respectivamente, que pueden ser estimados partir de los datos, usando la estrategia de mínimos cuadrados.

Llamemos ahora e_{xy} , e_{yx} , e_x y e_y a los errores de predicción de los modelos, definidos como las varianzas de $x - W_{11}\mathbf{x} + W_{12}\mathbf{y}$, $y - W_{21}\mathbf{x} + W_{22}\mathbf{y}$, $x - V_1\mathbf{x}$ e $y - V_2\mathbf{y}$

, respectivamente. De esta manera, llamando $c_1 = e_x - e_{xy}$, $c_2 = e_y - e_{yx}$, es posible definir un índice de direccionalidad del acople D , como:

$$D = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

Es fácil notar que este índice varía desde 1 en el caso de acople unidireccional de x a y , a -1 en el caso de acople unidireccional de y a x , con todos los valores intermedios en el caso de acople bidireccional.

El uso de este esquema en el caso de subsistemas no lineales conduce a conclusiones erradas. Este problema es subsanado en Ancona, et. al. (2004) donde un modelo no lineal es realizado usando funciones de base radial.

Por otra parte, en (Schreiber, 2000) se propone un método, para estimar la transmisión de información basada en las observaciones de las series de tiempo asociadas a los elementos del sistema y la teoría de información, específicamente en la definición de información de Shannon (Shannon, 1948):

$$h = \sum_{n=1}^N P(x_n) \text{Log}_2(P(x_n))$$

Para introducir el concepto, supongamos que se miden los estados instantáneos de dos sistemas dinámicos y definamos la tasa de entropía como la cantidad de información adicional que se requiere para representar el valor de la siguiente observación de uno de los sistemas:

$$h_1 = - \sum_{n=1}^N P(x_{n+1}|x_n, y_n) \text{Log}_2(P(x_{n+1}|x_n, y_n))$$

Supongamos que el valor de la observación x_{n+1} no fue dependiente de la observación actual de y_n :

$$h_2 = - \sum_{n=1}^N P(x_{n+1}|x_n, y_n) \text{Log}_2(P(x_{n+1}|x_n))$$

Ahora, la cantidad h_1 representa la tasa de entropía para los dos sistemas y h_2 representa la tasa de entropía suponiendo que x_{n+1} es independiente de y_n . Así, obtenemos transferencia de entropía como:

$$T_{x \rightarrow y} = \sum_{n=1}^N P(x_{n+1}, x_n, y_n) \text{Log} \left(\frac{P(x_{n+1}|x_n, y_n)}{P(x_{n+1}|x_n)} \right),$$

$$T_{y \rightarrow x} = \sum_{n=1}^N P(y_{n+1}, x_n, y_n) \text{Log} \left(\frac{P(y_{n+1}|x_n, y_n)}{P(y_{n+1}|y_n)} \right). \quad (1)$$

Donde $P(\cdot, \cdot)$ y $P(\cdot | \cdot)$ son las probabilidades conjunta y condicional de la ocurrencia del estado x o y de los sistemas.

La determinación del flujo de información (1) requiere el cálculo de las probabilidades asociadas a transición entre estados de cada subsistema y esto a su vez requiere el pre procesamiento (reticulado o *coarse graining*) de las series de tiempo asociadas a ambos sistemas, lo que representa un gran costo computacional. Este costo aumenta considerablemente cuando estas cantidades deben ser calculadas para todos los pares de elementos de un sistema extenso.

En este trabajo se propone, una estrategia para estimar las probabilidades condicionales, sin necesidad de recurrir al reticulado, basado en el modelado local de la evolución de los subsistemas. El carácter local del modelado propuesto, minimiza el costo computacional de la estimación de las densidades de probabilidad necesarias. La estimación de estas densidades permite usar la estrategia propuesta por Schreiber para calcular la transferencia de información entre las señales.

Materiales y métodos

La transferencia de información de Schreiber puede ser escrita en términos de probabilidades condicionales y marginales como:

$$I_{x \rightarrow y} = \sum_{n=1}^N P(x_{n+1}|x_n, y_n)P(x_{n+1}|y_n)P(x_n) \text{Log} \left(\frac{P(x_{n+1}|x_n, y_n)}{P(x_{n+1}|x_n)} \right)$$

$$I_{y \rightarrow x} = \sum_{n=1}^N P(y_{n+1}|x_n, y_n)P(y_{n+1}|x_n)P(y_n) \text{Log} \left(\frac{P(y_{n+1}|x_n, y_n)}{P(y_{n+1}|y_n)} \right). \quad (2)$$

De manera directa, las densidades de probabilidad, condicionales en (2), pueden ser estimadas mediante un reticulado del espacio de estados y un posterior conteo del número de puntos n_i contenidos en cada elemento de retícula. De manera que la probabilidad de ocurrencia del estado sería $\frac{n_i}{N}$, donde N es el número total de datos medidos. Esta estrategia presenta un costo computacional elevado en el caso en el que la dimensión del espacio de estados no es pequeña.

En este trabajo se presenta un esquema para estimar las densidades de probabilidad condicionales, basado en modelos predictivos de las señales. Así, dada una señal multivariada $\{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^N$, que por simplicidad supondremos bivariada de componentes $\mathbf{z}_i = (z_i, z_{i-1})$ y provenientes del sistema dinámico $\mathbf{z}_{n+1} = f(\mathbf{z}_n)$, puede construirse a partir de estas señales un modelo aproximado de f , a partir de las señales medidas. Así, dado el estado i -ésimo valor de los datos \mathbf{z}_i y un conjunto de los m estados más cercanos $\{\mathbf{z}_c^{(j)}\}_{j=1}^m$, desarrollemos f en serie de Taylor, hasta el primer orden de aproximación, alrededor del estado más cercano a \mathbf{z}_i ($\mathbf{z}_c^{(1)}$),

$$\mathbf{z}_{i+1} \cong f(\mathbf{z}_c^{(1)}) + Df(\mathbf{z}_c^{(1)}) \cdot (\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_c^{(1)})$$

y tratemos de predecir \mathbf{z}_{i+1} . Aquí, $Df(\mathbf{z}_c)$ es la matriz Jacobiana de f .

De esta manera, en orden cero de aproximación la evolución del estado i -ésimo está dado por $f(\mathbf{z}_c^{(1)}) = \mathbf{z}_{c+1}^{(1)}$, esto es, el vector que resulta de la evolución del vecino más cercano a \mathbf{z}_i .

Con esto en mente es posible establecer una relación entre las densidades de probabilidad condicionales y los errores de predicción asociados al modelo. Así, dado el \mathbf{z}_i y su evolución \mathbf{z}_{i+1} es posible relacionar los valores máximo y el mínimo de la probabilidad condicional $P(\mathbf{z}_{i+1}|\mathbf{z}_i)$, con el mínimo error $|\mathbf{z}_{i+1} - \mathbf{z}_{c+1}^{(1)}|$ y el máximo error $|\mathbf{z}_{i+1} - \mathbf{z}_{c+1}^{(m)}|$ que se comete al modelar f en orden cero de aproximación, si suponemos alguna distribución de los errores antes mencionados alrededor de la observación \mathbf{z}_{i+1} . En el caso en que suponemos una distribución Gaussiana:

$$P(\mathbf{z}_{i+1}|\mathbf{z}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z_{i+1}-f(z_i))^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Donde $f(\mathbf{z}_i) \cong \mathbf{z}_{c+1}^{(1)}$, y σ representa la desviación normal de los errores de predicción. Una vez aproximadas estas densidades de probabilidad condicionales, es posible estimar la transferencia de información propuesta por Schreiber.

Resultados

Con el fin de mostrar el desempeño de la estrategia, dividiremos el reporte de nuestros resultados en dos casos: resultados usando datos provenientes de simulaciones numéricas y resultados usando datos reales.

(a) En el caso de datos simulados generados por una red de dos mapas Logísticos acoplados, $f(x_n) = 4x_n(1 - x_n)$, en régimen caótico,

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - \varepsilon)f(x_n) + \varepsilon (y_n - x_n) \\ (1 - \mu)f(y_n) + \mu (x_n - y_n) \end{pmatrix} \tag{4}$$

Aquí, \mathbf{f} es un mapa discreto unidimensional que presenta caos para valores de los parámetros entre 3.58 y 4.0.

En este caso comenzaremos verificando nuestra hipótesis, esto es que los errores de predicción se distribuyen de forma normal. La Figura 2 muestra el histograma promedio para todas las vecindades con $m = 50$ y $N = 1000$ y una función densidad de probabilidad Gaussiana con $\sigma = 0.1$. Esto da una estimación de la distribución de los errores de predicción en el caso de una aproximación de orden cero.

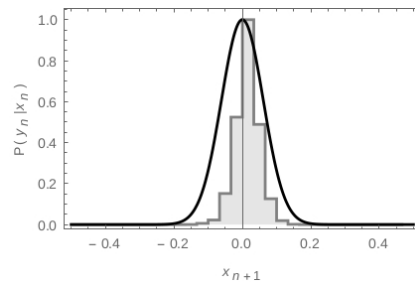


Figura 2. Histograma promedio para todas las vecindades con $m = 50$ y $N = 1000$ y una función densidad de probabilidad Gaussiana con $\sigma = 0.1$.

La siguiente figura muestra la densidad de probabilidad condicional para el caso del mapa Logístico. En este caso, es posible mostrar la densidad de probabilidad condicional debido a que es una función de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R} :

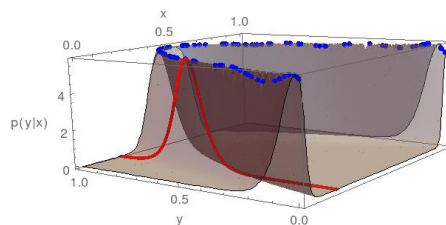


Figura 3. Densidad de probabilidad condicional $P(y|x)$ dada en (3), estimada para 500 datos del mapa Logístico con $r=4$.

La Figura 4 muestra la transferencia de información entre los mapas acoplados (4), en función de los parámetros, en el caso que ε varía entre 0 y 1 y $\mu = 1 - \varepsilon$.

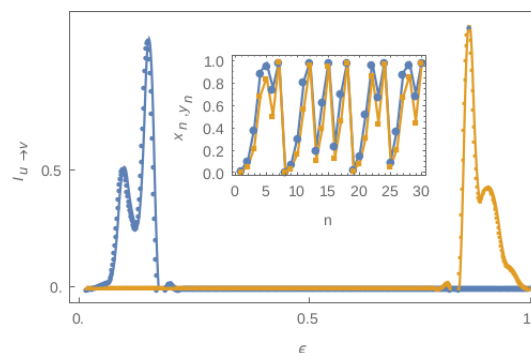


Figura 4. Transmisión de información en el caso de dos mapas Logísticos acoplados como función del parámetro de acople. Aquí la curva azul representa la transferencia de información $I_{x \rightarrow y}$ y la curva naranja representa la transferencia de información $I_{y \rightarrow x}$.